Olympiadeklassen 9–10

66. Mathematik-Olympiade
1. Runde (Schulrunde)
Aufgaben

© 2026 *Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweise: 1. *Für die Olympiadeklassen 9 und 10 stehen in der ersten Runde insgesamt sechs Aufgaben zur Verfügung, aus denen die Verantwortlichen vor Ort eine geeignete Auswahl treffen können. Wenn die erste Runde als Hausaufgabenwettbewerb durchgeführt wird, kann die Wahl von vier der sechs Aufgaben auch den Teilnehmenden überlassen werden.*

2. *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

661011

Anja, Boris und Christian sind Mitglieder einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft. Sie sollen eine dreistellige Zahl erraten. Jeder darf vorher zwei Vermutungen aufschreiben.

Anja schreibt:

(A1) Die Zahl ist durch 5 teilbar.

(A2) Die Summe der drei Ziffern ist 16.

Boris schreibt:

(B1) Die Zehnerziffer ist kleiner als die Einerziffer.

(B2) Die Zahl enthält keine Null.

Christian schreibt:

(C1) Mindestens eine der Ziffern ist eine 8.

(C2) Das Produkt der drei Ziffern beträgt 120.

a) Angenommen, die gesuchte Zahl war 765. Welche der Aussagen (A1), (A2), (B1), (B2), (C1), (C2) sind dann wahr?

b) Untersuchen Sie, wie viele dreistellige Zahlen es gibt, für die alle sechs Aussagen zutreffen. Geben Sie alle solchen Zahlen an.

Der Leiter der Arbeitsgemeinschaft verrät nun: „Jeder von euch hat genau eine wahre und eine falsche Aussage gemacht. Außerdem ist die gesuchte Zahl eine Quadratzahl.“ Lösen Sie mit diesem Wissen noch die folgende Teilaufgabe:

c) Finden Sie alle Möglichkeiten für die gesuchte Zahl.

Hinweis: Eine dreistellige Zahl hat an der Hunderterstelle nicht die Ziffer 0.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

661012

Ein elektronisches Zimmerschloss kann nur durch Eingabe eines dreistelligen Zifferncodes (000 bis 999) geöffnet werden.

a) Carl behauptet, dass in mehr als einem Viertel der Codes genau zwei der drei Ziffern gleich sind. Entscheide (mit Begründung), ob Carl Recht hat.

b) Karla meint, dass es mehr Codes mit genau zwei gleichen Ziffern gibt als Codes, die mindestens eine 3 enthalten. Entscheide (mit Begründung), ob Karla Recht hat.

661013

Die Graphen der Funktionen mit den Gleichungen

$y = f(x) = |x - 6|$ und $y = g(x) = -|x - a| + 10$ schließen vollständig eine Fläche ein, wenn für den reellen Parameter a gilt, dass $1 \leq a \leq 11$.

a) Wir wählen zunächst für a den Wert 4 und somit $y = g(x) = -|x - 4| + 10$. Zeichnen Sie die Graphen von f und g und bestimmen Sie den Flächeninhalt der von beiden Graphen eingeschlossenen Fläche.

b) Für welchen Wert von a ist der Flächeninhalt der von beiden Graphen eingeschlossenen Fläche am größten?

Hinweis: Die Betragsfunktion ist wie folgt definiert.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0, \\ -x & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

Beispielsweise gilt also $|3| = 3$, $|-5| = 5$, sowie für $a = 4$ mit den Bezeichnungen der Aufgabenstellung $g(2) = -|2 - 4| + 10 = -|-2| + 10 = -(2) + 10 = -2 + 10 = 8$.

661014

Wir suchen in dieser Aufgabe die maximalen Werte von vorgegebenen Termen in x und z, wobei die Werte für diese Variablen aus der Menge der nichtnegativen Zahlen gewählt werden. Außerdem soll $x + z = 2026$ gelten.

Ermitteln Sie unter diesen Voraussetzungen jeweils den größten Wert, den die folgenden Terme annehmen können.

a) $x^2 + xz$

b) $x^2 + 2xz$

c) $x^2z + xz^2$

661015

Gegeben sind drei Punkte durch ihre Koordinaten in einem rechtwinkligen Koordinatensystem: $A(12, 16)$, $B(-12, 9)$ und $C(0, 0)$.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Umkreismittelpunktes des Dreiecks ABC.

661016

Bestimmen Sie alle ganzzahligen Lösungspaare der Gleichung $x^6 = y^2 + 53$.